Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4 **2020/21**

2.º teste - turmas TP4A-4, TP4A-3 Duração: 1h15

- **Este teste termina com a palavra FIM e a indicação da cotação das questões.**
- **Todos os raciocínios devem ser convenientemente justificados e todas as respostas devem ser cuidadosamente redigidas.**

---

1. Calcula as primitivas das seguintes funções:

   (a) $\arccos x$; (b) $\dfrac{x+3}{x^4-x^2}$; (c) $\dfrac{1+x}{\sqrt{4-3x^2}}$.

   Sugestão: Na alínea (a) utiliza primitivação por partes e na alínea (c) faz uma mudança de variável $x = a\sin t$, $t \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, para um valor de a conveniente.

2. Seja $\mathcal{A}$ a região do semiplano $x \leq 0$ delimitada pelos gráficos das funções $y = -x$ e $y = 1 + (x+1)^2$.

   (a) Calcula os pontos de interseção dos gráficos acima indicados.

   Nota: Para efeitos da resolução das alíneas seguintes informa-se que as soluções são $(-2, 2)$ e $(-1, 1)$, mas nenhuma cotação terás na presente alínea se apenas verificares que estes pontos satisfazem as duas equações.

   (b) Representa geometricamente a região $\mathcal{A}$.

   (c) Calcula a área da região $\mathcal{A}$.

3. Seja f uma função contínua em $\mathbb{R}$ e $\varphi(x) := \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$ o seu integral indefinido com origem no ponto 0.

   (a) Se φ tem um máximo num ponto a, qual o valor de $f(a)$? Justifica cuidadosamente a resposta.

   (b) Mostra que, se $b > 0$ e $I = [0, b]$,

   $$\max_{x\in I} |\varphi(x)| \leq b \max_{x\in I} |f(x)|$$

   e dá um exemplo de uma função f para a qual se tem mesmo **igualdade** qualquer que seja o $b > 0$.

FIM

Cotação:

1. 10; 2. 7; 3. 3.