Departamento de Matemática, Universidade	DE AVEIRO	MATEMÁTICA DISCRETA
TESTE 1, 29 de Março de 2023, Duração: 1h30m	\mathbf{A}	Classificação:
Nome:		Nr^{o} Mec.:
Declaro que desisto:		Folhas supl.:

- 1. (2 val) Considere as seguintes afirmações:
 - a) Cada filósofo escreve pelo menos um livro.
 - b) Todos os alunos de um filósofo leem pelo menos um dos seus livros.

Exprima as afirmações anteriores na linguagem de primeira ordem utilizando os seguintes símbolos de predicado com a respetiva interpretação:

- Filo(x) significa «x é filósofo», Livro(y) significa «y é um livro»,
- Escrever(x, y) significa «x escreve y», Ler(x, y) significa «x lê y»,
- AlunoDe(y, x) significa «y é aluno de x».
- 2. (5 val) Considere uma linguagem de primeira ordem com os símbolos de predicado P, Q, R de dois argumentos e as variáveis x, y, z, w, e considere as fórmulas

$$\varphi_1 = \forall x \exists y \, (P(x,y) \land Q(x,y)),$$

$$\varphi_2 = \forall x \, [((\exists y \, P(x,y)) \land (\exists z \, Q(x,z))) \rightarrow (\exists w R(x,w))],$$

$$\psi = \forall x \exists w \, R(x,w).$$

Utilizando o método de resolução, mostre que $\varphi_1, \varphi_2 \vDash \psi$.

Departamento de Matemática, Universidade	de Aveiro	MATEMÁTICA DISCRETA
Teste 1, 29 de Março de 2023, Duração: 1h30m	В	Classificação:
Nome:		Nr^{o} Mec.:
Declaro que desisto:		Folhas supl.:

- 3. (2 val) Numa estante encontram-se cinco livros diferentes em francês, sete livros diferentes em espanhol e onze livros diferentes em português. De quantas maneiras se pode escolher dois livros de línguas diferentes (independente da ordem)?
- 4. (2 val) Um comboio tem quatro carruagens de primeira classe, sete de segunda classe, uma carruagem restaurante e duas de bagagem (as carruagens do mesmo tipo não se distinguem). Qual é o número de possíveis sequências diferentes de carruagens
 - a) sem restrições.
 - b) quando as carruagens da primeira classe não podem estar separadas.
- 5. (3 val) De quantas maneiras se pode distribuir 15 bolas indistinguíveis por quatro caixas numeradas tal que há no máximo duas bolas na primeira caixa e pelo menos três bolas na segunda caixa.

Departamento de Matemática, Universidade	DE AVEIRO	MATEMÁTICA DISCRETA
Teste 1, 29 de Março de 2023, Duração: ${f 1h30m}$	${f C}$	Classificação:
Nome:		Nr^{Ω} Mec.:
Declaro que desisto:		Folhas supl.:

- 6. (3 val) Num grupo de 33 pessoas verifica-se o seguinte: em qualquer subconjunto de 9 pessoas deste grupo existem sempre (pelo menos) duas que têm a mesma altura.
 - a) Mostre que o número de alturas diferentes entre as 33 pessoas do grupo é inferior a 9.
 - b) Mostre que existem pelo menos 5 pessoas do grupo de 33, que têm exatamente a mesma altura.
- 7. (3 val) Quantos inteiros positivos inferiores a 2001 são múltiplos de 3 ou 4, mas não são múltiplos de 5?