

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro
Álgebra Linear e Geometria Analítica - agrupamento 4

25/11/2020

2^o Teste

Duração: 1h

Justifique detalhadamente todas as respostas e indique os cálculos efetuados.

1. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & a-1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & a+1 & -2 \end{bmatrix}$, onde $a \in \mathbb{R}$.

(4.0) a) Calcule o determinante de A , recorrendo ao teorema de Laplace. Indique a linha ou coluna do desenvolvimento. Determine todos os valores de a para os quais a matriz A é invertível.

(3.0) b) Considere $a = -2$. Calcule o elemento (1,2) da inversa de A , sem calcular A^{-1} .

2. Considere o plano \mathcal{P} com equação geral $x - y + 2z = 4$ e a reta r que passa no ponto $A(0, 1, 0)$ e tem a direção do vetor $v = (3, -1, -2)$.

(3.0) a) Verifique que r é paralela a \mathcal{P} e determine equações cartesianas para r .

(4.0) b) Determine a distância da reta r ao plano \mathcal{P} .

(3.0) 3. Sejam A e B matrizes de ordem 3. Sabendo que $\det(A) = -3$ e $\det((2A)^{-1}B(A^T)^2) = 6$, calcule $\det(B)$.

(3.0) 4. Determine todos os valores de $m \in \mathbb{R}$ para os quais o ângulo entre os vetores $u = (1, 0, 0)$ e $v = (1, 0, m)$ é $\frac{\pi}{3}$ (recorde-se que $\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$).