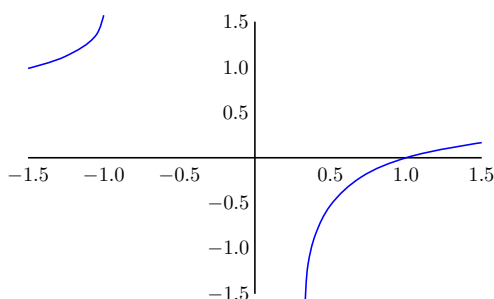


- Este teste termina com a palavra **FIM** e a indicação da cotação das questões.
- Todos os raciocínios devem ser convenientemente justificados e todas as respostas devem ser cuidadosamente redigidas.

1. Considera a função real de variável real dada pela expressão

$$f(x) := \arcsin \frac{x-1}{2x}.$$

Em baixo podes ver um esboço do seu gráfico tal como produzido por um conhecido software gráfico.



Não se garante que este esboço esteja cem por cento correto. Foi aqui colocado para o caso de achares que é útil, mas usa-o por tua conta e risco. O que se pede que faças aqui é que resolvas as questões abaixo usando as técnicas que foram dadas nas aulas (em particular não serão aceites justificações com base no esboço acima):

- Determina o domínio D_f de definição de f .
 - Mostra que $f'(x) > 0$ qualquer que seja o ponto x interior a D_f .
 - Determina, caso existam, todos os extremos (os absolutos e os relativos) e os respetivos extremantes de f (se achares que algum deles não existe, deves explicar porquê).
2. Considera uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que as derivadas f' , f'' existem e são contínuas. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $a < b$ e supõe que $f(a) = a$, $f(b) = b$ e $f'(a) = f'(b) = 1$.
- Explica como é que o Teorema de Lagrange garante que existe $d \in]a, b[$ tal que $f'(d) = 1$.
 - Explica agora como é que o Teorema de Rolle garante que existem dois valores diferentes $c_1, c_2 \in]a, b[$ tais que $f''(c_1) = f''(c_2) = 0$;

FIM

Cotação:

1. 17; 2. 3.