Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4 **2020/21**

2.º teste - turmas TP4B-5, TP4B-4 **Duração: 1h15**

- **Este teste termina com a palavra FIM e a indicação da cotação das questões.**
- **Todos os raciocínios devem ser convenientemente justificados e todas as respostas devem ser cuidadosamente redigidas.**

---

1. Calcula as primitivas das seguintes funções:

   (a) $\sin(\sqrt{x})$; (b) $\dfrac{x+2}{x^3+2x^2+5x}$; (c) $\dfrac{2}{\sqrt{x}\,(2+\sqrt{x})^{101}}$.

   Sugestão: Na alínea (a) faz primeiro uma mudança de variável e utiliza depois primitivação por partes e na alínea (c) faz uma mudança de variável.

2. Considera a região $\mathcal{A}$ formada pelos pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que y está entre $f(x) = 1 - 2x$ e $g(x) = \sqrt{x}$ para $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$.

   (a) Calcula os pontos de interseção dos gráficos de $f(x)$ e de $g(x)$.
   Nota: Para efeitos da resolução das alíneas seguintes informa-se que a solução é $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$, mas nenhuma cotação terás na presente alínea se apenas verificares que este ponto satisfaz as duas equações.

   (b) Representa geometricamente a região $\mathcal{A}$.

   (c) Calcula a área da região $\mathcal{A}$.

3. Seja f uma função contínua em $\mathbb{R}$ e g a função definida em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ pela igualdade

$$g(x) = \frac{1}{x}\int_0^x f(t)\,dt.$$

   (a) Indica o valor de $\lim_{x\to 0} g(x)$. Justifica cuidadosamente a resposta.

   (b) Mostra que g é uma função constante (em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$) se e só se f também o é (em $\mathbb{R}$).

FIM

Cotação:

1\. 10; 2. 7; 3. 3.