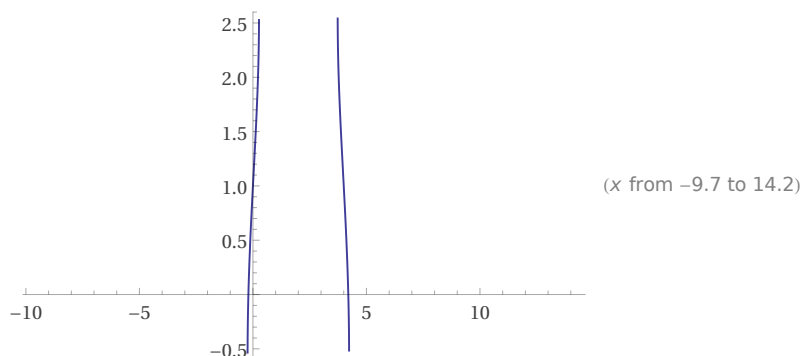


- Todos os raciocínios devem ser convenientemente justificados e todas as respostas devem ser cuidadosamente redigidas.

1. Considera a função real de variável real dada pela expressão  $f(x) := 1 + \arcsin(-x^2 + 4x)$ . Em baixo podes ver um esboço do seu gráfico tal como produzido por um conhecido sistema de álgebra computacional (CAS).



Não se garante que este esboço esteja cem por cento correto. Foi aqui colocado para o caso de achares que é útil, mas usa-o por tua conta e risco. O que se pede que faças aqui é que resolvas as questões abaixo usando as técnicas que foram dadas nas aulas (em particular não serão aceites justificações com base no esboço acima):

- Determina o domínio  $D_f$  de definição de  $f$ .
  - Determina, caso existam, os extremos absolutos e os extremantes absolutos de  $f$ .
2. Calcula as primitivas das seguintes funções:

- $x \ln^2 x$ ;
- $\frac{x+1}{x^3 - 2x^2 + x}$ ;
- $x\sqrt{x-3}$ .

Sugestão: Na alínea (a) utiliza primitivação por partes e na alínea (c) utiliza uma mudança de variável.

3. Considera a função  $f$  definida por

$$f(x) := \begin{cases} x, & -2 \leq x \leq 0, \\ e^{-x}, & 0 < x \leq 1, \\ \frac{1}{\sqrt{2-x}}, & 1 < x < 2, \\ 0, & x = 2. \end{cases}$$

- (a) Estuda a integrabilidade da função em cada um dos intervalos  $[-2, 1]$ ,  $[1, 2]$  e  $[-2, 2]$ .
- (b) Determina, se existir, o integral da função no intervalo  $[-2, 0]$  através da interpretação geométrica do integral, explicitando o teu raciocínio (em particular nesta alínea não serão aceites resoluções baseadas na Fórmula de Barrow).
- (c) Determina, se existir, o integral da função no intervalo  $[-2, 1]$ .
4. Seja  $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - 1| + 1 \leq y \leq 3 - (x - 1)^2\}$ .
- (a) Calcula os pontos de interseção dos gráficos de  $y = |x - 1| + 1$  e de  $y = 3 - (x - 1)^2$ .  
Nota: Para efeitos da resolução das alíneas seguintes informa-se que a solução é  $(0, 2)$  e  $(2, 2)$ , mas nenhuma cotação terás na presente alínea se apenas verificares que estes pontos satisfazem as duas equações.
- (b) Representa geometricamente a região  $\mathcal{A}$ .
- (c) Calcula a área da região  $\mathcal{A}$ .

5. ....

6. ....

**FIM**

**Cotação:**

1. 4;   2. 5;   3. 3;   4. 3;   5. ?;   6. ?.