

- Este teste termina com a palavra FIM e a indicação da cotação das questões.
  - Todos os raciocínios devem ser convenientemente justificados e todas as respostas devem ser cuidadosamente redigidas.
- 

1. Calcula as primitivas das seguintes funções:

(a)  $x^2 \ln \sqrt{x}$ ;      (b)  $\frac{x^3 + 2x^2 + 4}{x^4 + 4x^2}$ ;      (c)  $\frac{e^{\sqrt[3]{x+1}}}{\sqrt[3]{x^2}}$ .

Sugestão: Na alínea (a) utiliza primitivação por partes e na alínea (c) faz uma mudança de variável.

2. Seja  $\mathcal{A}$  a região de equações  $1 \leq y \leq \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}$  no semiplano  $x \geq 0$ .

(a) Calcula os pontos de interseção do gráfico de  $y = \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}$  e da reta  $y = 1$ .

Nota: Para efeitos da resolução da alínea seguinte informa-se que a solução é  $(1, 1)$  e  $(2, 1)$ , mas nenhuma cotação terá na presente alínea se apenas verificares que estes pontos satisfazem as duas equações.

(b) Calcula a área da região  $\mathcal{A}$ .

3. (a) Sejam  $f$  e  $g$  duas funções definidas em  $[a, b]$ , com  $a < b$ . Diz, justificando, sobre cada uma das implicações i e ii em baixo, se ela é verdadeira ou falsa:

- i. se  $f + g$  é integrável, então  $f$  e  $g$  são ambas integráveis;
- ii. se  $f + g$  e  $f$  são integráveis, então  $g$  é integrável.

(b) Apresenta um exemplo de função não integrável  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f^2$  seja integrável.

**FIM**

**Cotação:**

1. 10;    2. 7;    3. 3.