Cónicas e Quádricas

Álgebra Linear e Geometria Analítica - ALGA A **Soluções da Folha Prática 6**

---

1. (a) $y'' = -\frac{\sqrt{2}}{3}(x'')^2$ é a equação reduzida de uma parábola, sendo

$$\begin{cases} x'' = x' - \frac{\sqrt{2}}{4} \\ y'' = y' + \frac{19\sqrt{2}}{24} \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix};$$

(b) $\frac{(y'')^2}{3} - \frac{(x'')^2}{3} = 1$ é a equação reduzida de uma hipérbole, sendo

$$\begin{cases} x'' = x' + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y'' = y' + \sqrt{2} \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix};$$

(c) $\frac{(x')^2}{5} + \frac{(y')^2}{5} = 1$ é a equação reduzida de uma elipse (que até é uma circunferência), sendo

$$\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y - 2 \end{cases}.$$

2. (a) $\frac{(x')^2}{4} - \frac{(y')^2}{4} - \frac{(z')^2}{4} = 1$ é a equação reduzida de um hiperbolóide de duas folhas, sendo

$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 3 \\ z' = z \end{cases};$$

(b) $\frac{(x')^2}{\frac{3}{4}} + \frac{(y')^2}{\frac{3}{8}} + \frac{(z')^2}{\frac{3}{4}} = 1$ é a equação reduzida de um elipsóide, sendo

$$\begin{cases} x' = x - \frac{1}{2} \\ y' = y + \frac{1}{2} \\ z' = z \end{cases};$$

(c) $z' = (x')^2 + (y')^2$ é a equação reduzida de um parabolóide elíptico, sendo

$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 3 \\ z' = z + 13 \end{cases};$$

(d) $y' = -\frac{5}{2}\left(x''\right)^2$ é a equação reduzida de um cilindro parabólico, sendo

$$\begin{cases} x'' = x' - \frac{\sqrt{5}}{5} \\ y'' = y' \\ z'' = z' \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{5}}{5} & 0 & -\frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} & 0 & \frac{\sqrt{5}}{5} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix};$$

(e) $\frac{(x')^2}{\frac{2}{3}} + (y')^2 - (z')^2 = 1$ é a equação reduzida de um hiperbolóide de uma folha.

(f) $3(z')^2 = 1$ é a equação reduzida de dois planos paralelos (de equações $z' = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e $z' = -\frac{\sqrt{3}}{3}$).

(g) $(y')^2 - (x')^2 = 1$ é a equação reduzida de um cilindro hiperbólico.

3. $\alpha < \frac{1}{2}$.

4. (a) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$;

   (b) Hipérbole de equação reduzida

$$\frac{(x'')^2}{\left(\frac{1}{8}\right)} - \frac{(y'')^2}{\left(\frac{1}{8}\right)} = 1.$$

5. O conjunto dos pontos $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ pretendido está contido na quádrica de equação geral

$$4x^2 - 8yz + 4y + 4z - 1 = 0$$

   que é um hiperbolóide de duas folhas.

6. Os pontos $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ de um elipsóide de equação

$$\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{32} + \frac{z^2}{36} = 1.$$