Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2020/2021 - UC 47166 (1ºAno/2ºSem)

EXAME DE RECURSO **21/07/2021 - Duração: 2h 30m**

Nome: **NMec:** **Curso:**

1. Seja $\mathcal{R}$ a menor relação de ordem parcial definida em $A = \{1, 2, 3, 4\}$, tal que $\{(1, 3), (3, 2), (3, 4)\} \subseteq \mathcal{R}$.

[2.0] (a) Determine $\mathcal{R}$.

[1.0] (b) Considere as relações, $\mathcal{S} = \{(1, 3), (3, 2), (3, 4)\}$ e $\mathcal{T} = \{(2, 1), (3, 4), (4, 3)\}$, ambas definidas em A. Determine $\mathcal{T} \circ \mathcal{S} \circ \mathcal{T}$.

2. Considere que p representa a proposição

$$\exists y\ \forall x\ \ \big(x \neq y \Rightarrow \big(xy > 0\ \vee\ x^2 + y = 0\big)\big)\,.$$

[2.0] (a) Em cada um dos seguintes casos, justificando, dê um exemplo de um domínio não vazio $D \subseteq \mathbb{R}$ (com $x, y \in D$ e a interpretação habitual de todos os símbolos) onde:

i. a proposição p seja verdadeira;

ii. a proposição p seja falsa.

[1.0] (b) Sem recorrer ao operador lógico *negação* obtenha uma proposição equivalente a $\neg p$.

(2.0) 3. Considere uma linguagem de primeira ordem com os símbolos de relação C, R, H, G e x, y símbolos de variáveis, na qual são válidas as seguintes fórmulas:

F1: $\forall x\ \ ((\forall y\ \ (C(x, y) \Rightarrow R(y))) \Rightarrow H(x))$

F2: $\forall x\ \ (G(x) \Rightarrow R(x))$

F3: $\forall x\ \ ((\exists y\ \ (C(y, x) \wedge G(y))) \Rightarrow G(x))$

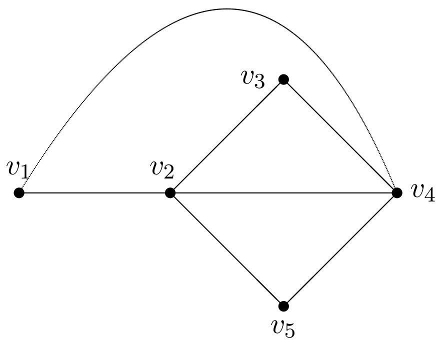
T: $\forall x\ \ (G(x) \Rightarrow H(x))$

Usando o princípio da resolução mostre que **T** é consequência lógica de **F1**, **F2** e **F3**.

(2.5) 4. Encontre uma fórmula fechada para a sucessão definida por recorrência:

$$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 2 \cdot 3^n,\ a_0 = 1, a_1 = 0\ .$$

(2.0) 5. Seja G o grafo simples representado na figura seguinte, e uma dada aresta de G e $\tau(G)$ o número de árvores abrangentes de G. Usando a fórmula $\tau(G) = \tau(G - e) + \tau(G//e)$ determine o número de árvores abrangentes de G. Justifique devidamente.



(1.5) 6. Usando o princípio de indução matemática mostre que todo o grafo conexo com n vértices tem pelo menos $n - 1$ arestas.