

Espaços Vetoriais Reais

Álgebra Linear e Geometria Analítica A

Soluções da Folha Prática 3

1. (a) Não; (b) Sim; (c) Sim;
2. (a) i. Sim; ii. Não.
(b) Não.
(c) i. Sim; ii. Não; iii. Não.
(d) i. Sim; ii. Não; iii. Não; iv. Não; v. Sim; vi. Não.
(e) Sim.
(f) Sim.
4. (a) $(2, -3, -4, 3) = -2(1, 2, 1, 0) + (4, 1, -2, 3)$;
(b) $(1, 1, 0) = \frac{1}{3}(2, 1, -2) - \frac{1}{3}(1, 0, 0) + \frac{2}{3}(1, 1, 1)$;
(c) e (d) Não é possível.
5. (a) \mathbb{R}^2 ; (b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 0\}$; (c) \mathbb{R}^3 ; (d) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = z\}$; (e) \mathcal{P}_2 .
6. $\{(-1, -1, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$.
9. (a) Não; (b) Sim; (c) Não; (d) Sim.
10. Sim.
12. (a) Não; (b) Sim; (c) Não; (d) Sim; (e) Sim; (f) Sim.
13. (a) $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0)\}$, dimensão 2;
(b) $\{(1, -1, 1), (0, 2, 1)\}$, dimensão 2;
(c) $\{t^2 + 1, t\}$, dimensão 2.
Nota: Em (a) e (c), o conjunto dado também constitui uma base.
14. $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.
15. $\{(1, 0, 1, 0), (0, 1, -1, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$.
16. (b) $\{(1, 1, 0), (0, 3, 1)\}$ que é l.i.; (c) 2.
18. (a) $\{(-1, 1, 0, 0), (-2, 0, 1, 1)\}$ e $\text{nul } A = 2$.
(b) $\{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 : c = a + 2b\}$.
19. i. (a), (d), (f), (g), (h) \emptyset ;
(b) $\{(-8, 7, 4, 0), (-4, 5, 0, 4)\}$;
(c) $\{(5, -2, -9, 13, 0), (1, 2, 0, -1, -3)\}$;
(e) $\{(0, 0, 1, 0)\}$.
ii. (a) $B_{\mathcal{L}(A)} = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$;
 $B_{\mathcal{C}(A)} = \{(1, 2, -3, 1), (0, 1, 2, 2), (0, 0, 1, 2/3)\}$;
(b) $B_{\mathcal{L}(A)} = \{(1, 0, 2, 1), (0, 1, -7/4, -5/4)\}$;
 $B_{\mathcal{C}(A)} = \{(1, 0), (0, 1)\}$;
(c) $B_{\mathcal{L}(A)} = \{(1, 2, 3, 2, 1), (0, 1, 9/5, 7/5, 1/5), (0, 0, 1, 9/13, 3/13)\}$;
 $B_{\mathcal{C}(A)} = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$;
(d), (f) $B_{\mathcal{L}(A)} = B_{\mathcal{C}(A)} = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$;
(e) $B_{\mathcal{L}(A)} = B_{\mathcal{C}(A)} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1)\}$;
(g) $B_{\mathcal{L}(A)} = \{(1, -2, -1), (0, 1, 5/3), (0, 0, 1)\}$;
 $B_{\mathcal{C}(A)} = \{(1, 2, 1, 1), (0, 1, 2/3, 1), (0, 0, 1, -9/2)\}$;

(h) $B_{\mathcal{L}(A)} = B_{\mathcal{C}(A)} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$.

Nota: Em (a) e (g), as colunas da matriz dada também constituem uma base.

Em (b) e (c), as linhas da matriz dada também constituem uma base.

Em (d), (f) e (h), as linhas/colunas da matriz dada também constituem bases.

- iii. (a) $\text{car } A = 3, \text{ nul } A = 0;$ (b) $\text{car } A = 2, \text{ nul } A = 2;$ (c) $\text{car } A = 3, \text{ nul } A = 2;$
(d) $\text{car } A = 3, \text{ nul } A = 0;$ (e) $\text{car } A = 3, \text{ nul } A = 1;$ (f) $\text{car } A = 3, \text{ nul } A = 0;$
(g) $\text{car } A = 3, \text{ nul } A = 0;$ (h) $\text{car } A = 4, \text{ nul } A = 0.$
- iv. (b), (c), (d), (f), (h) Sim.

21. (a) $[(-1, 2, -6, 5)]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ -11 \\ 5 \end{bmatrix};$ (b) $[(2, 1, 0, 0)]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$ (c) $[(1, 2, 3, 4)]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}.$

22. (a) i. $[(2, 3, 5)]_{\mathcal{B}_1} = \begin{bmatrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \\ -3 \end{bmatrix}$ e $[(2, 3, 5)]_{\mathcal{B}_2} = \begin{bmatrix} -\frac{6}{5} \\ \frac{18}{5} \\ -\frac{1}{5} \end{bmatrix};$
ii. $[(-1, 2, 0)]_{\mathcal{B}_1} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ e $[(-1, 2, 0)]_{\mathcal{B}_2} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix};$
iii. $[(1, 1, 1)]_{\mathcal{B}_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$ e $[(1, 1, 1)]_{\mathcal{B}_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$

(b) $P = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -3 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$

23. (a) $[X]_T = \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \end{bmatrix};$

(b) $Z = (-5, -8);$

(c) $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix};$

(d) $[X]_S = P[X]_T = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix};$

(f) $Q = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$

24. $T = \{(1, 1, 1), (0, 1, 0), (-1, 2, 2)\}$

25. (a) Verdadeira. (b) Falsa. (c) Falsa. (d) Verdadeira. (e) Falsa. (f) Falsa.
(g) Falsa. (h) Falsa. (i) Verdadeira.