



universidade
de aveiro

departamento de física

MECÂNICA E CAMPO ELETROMAGNÉTICO

ano letivo 2023/2024

Série 2

Campo Elétrico

1. Considere um condensador cilíndrico de comprimento infinito, cujas armaduras possuem raios r_1 (interna) e r_2 (externa).
- Determine a capacidade deste condensador, por unidade de comprimento.
 - Mostre que se $r_1 \approx r_2$, ou seja $(r_2 - r_1) \ll r_1$, a expressão se pode aproximar à de um condensador plano de comprimento supostamente infinito, com largura $(2\pi r_1)$ e distância entre placas $(r_2 - r_1)$.

Solução: a) $\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$ (F/m) b) $\frac{C}{L} \approx \frac{2\pi r_1 \epsilon_0}{(r_2 - r_1)}$ (F/m)

2. Considere um condensador plano de capacidade C ligado a um gerador que fornece uma tensão constante V .
- Calcule a energia armazenada no condensador.
 - Se mantiver o gerador ligado, o que aconteceria à energia armazenada se a distância entre placas aumentar para o triplo? Utilize a expressão da capacidade de um condensador de placas paralelas.
 - Verifique que a resposta é a mesma se utilizar a expressão da energia em função do campo elétrico.
 - Se o afastamento das placas se fizesse depois de desligar o gerador, como iria variar a energia do condensador? De onde vem a energia extra?

Solução: a) $W = \frac{1}{2} CV^2$ (J) b) c) $W' = \frac{1}{3} W$ (J) d) $W'' = 3W$ (J)

3. Considere um condensador de capacidade C , carregado com uma carga Q . Suponha que o liga em paralelo a outro condensador de capacidade C' , inicialmente descarregado.

- Calcule a carga e a d.d.p. final de cada condensador.
- Calcule a energia do condensador inicial e do conjunto dos dois.
- Justifique a diferença de energia, tendo em consideração que a mesma é uma grandeza conservativa.

Solução: a) $Q_f = \frac{CQ}{C+C'}$ (C); $Q'_f = \frac{C'Q}{C+C'}$ (C); $V_f = \frac{Q}{C+C'}$ (C)

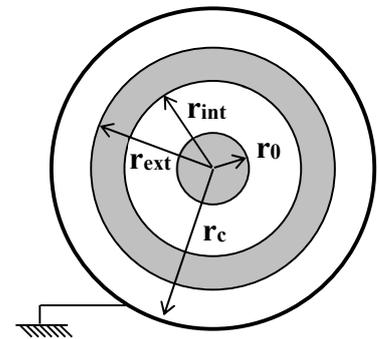
b) $W_i = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ (J); $W_f = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C+C'}$ (J)

4. Considere uma esfera condutora de raio r_o envolvida por uma coroa esférica condutora de raios, respetivamente, r_{int} e r_{ext} . No exterior, existe uma coroa esférica de raio r_c , de espessura infinitesimal e, também, metálica. Suponha que a esfera interior tem carga $+Q$ e que a exterior está ligada à terra.

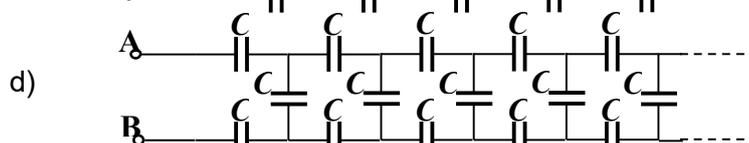
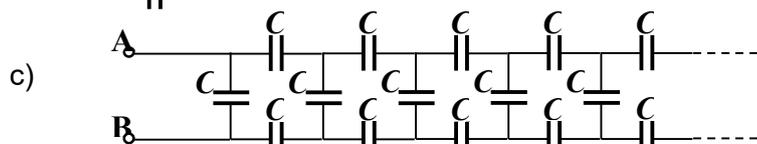
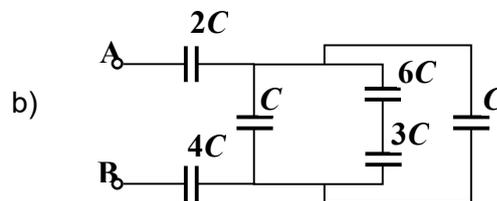
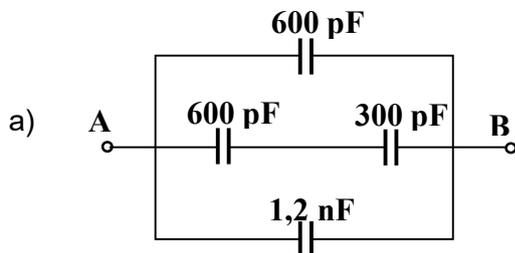
- Determine o campo elétrico, em todas as regiões.
- Determine a relação entre a carga da esfera e o seu potencial.
- Compare o resultado com o que obteria se removesse a coroa esférica intermédia. Comente.

Solução: a) $r < r_o$ e $r_{int} < r < r_{ext}$: $\vec{E} = \vec{0}$ (V/m); $r_o < r < r_{int}$ e $r > r_{ext}$: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$ (V/m)

b) $\frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left(-\frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_{ext}} - \frac{1}{r_{int}} + \frac{1}{r_o} \right)^{-1}$ (F) c) $\frac{Q'}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_c} \right)^{-1}$ (F)



5. Determine a capacidade equivalente C_{AB} das seguintes associações de condensadores:



Solução: a) $C_{eq} = 2$ (nF); b) $C_{eq} = C$ (F); c) $C_{eq} = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) C$ (F), d) $C_{eq} = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) C$ (F)

6. Considere um condensador plano com área A e distância entre as placas igual a d .
- a) Se colocar uma placa metálica muito fina à distância $d/3$ de uma das placas, qual será a nova capacidade do condensador? Justifique o cálculo.
- c) E se a placa tiver uma espessura $d/6$?

Solução: a) $C' = \frac{\epsilon_0 A}{d} = C$ (F) b) $C'' = \frac{6 \epsilon_0 A}{5 d} = \frac{6}{5} C$ (F)

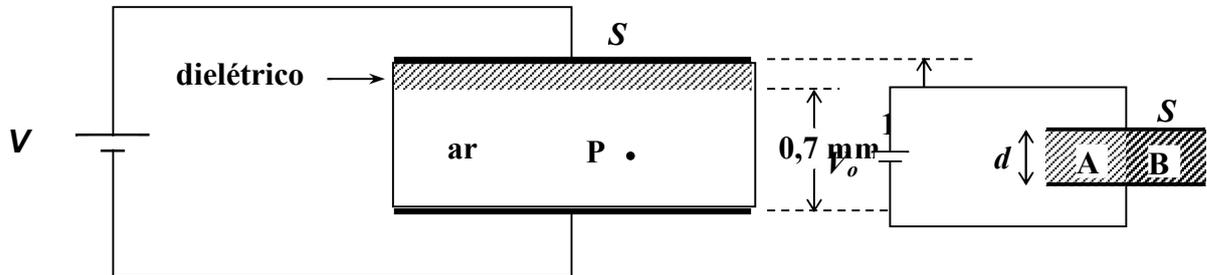
7. Um condensador de placas paralelas de área S é preenchido por dois materiais **A** e **B**, caracterizados, respectivamente, por constantes dielétricas ϵ e 2ϵ . Os volumes dos dois materiais são iguais, como indica a figura.

- a) Calcule a capacidade do condensador.
- b) Obtenha a expressão para o campo elétrico, em cada um dos materiais.
- c) Determine as densidades de carga (livre) nas placas do condensador.
- d) Escreva a expressão da energia total armazenada no condensador e indique de que modo essa energia se distribui pelos dois dielétricos.

Solução: a) $C = \frac{3 \epsilon S}{2 d}$ (F) b) $|\vec{E}| = \frac{V_0}{d}$ (V/m)

c) $\sigma_A = D_A = \frac{\epsilon V_0}{d}$ (C/m²) ; $\sigma_B = D_B = \frac{2\epsilon V_0}{d}$ (C/m²) ; d) $W = \frac{3 \epsilon S}{4 d} V_0^2$; $W_A = \frac{1}{3} W$; $W_B = \frac{2}{3} W$ (J)

9. Considere o seguinte condensador de placas paralelas, com área $S=10\text{cm}^2$ e $V=6\text{V}$.



- a) Supondo que o dielétrico se caracteriza por $\epsilon_r = 5,6$, determine o campo elétrico no interior do dielétrico e no ponto **P**.
- b) Calcule as densidades de carga livre (σ).
- c) Suponha que se retira o dielétrico. Compare a nova capacidade do condensador com a capacidade anterior.
- d) Explique, sucintamente, por que é que num material com polarização uniforme tudo se passa como se houvesse apenas dois planos de carga em lados opostos do material.
- e) Escreva a forma mais geral da lei de Gauss e interprete-a.

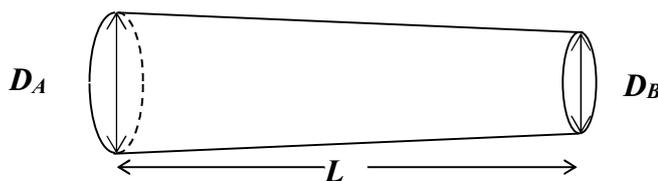
Solução: a) $E = \frac{6}{(0,3+5,6 \times 0,7) \cdot 10^{-3}} \text{ V/m}$; $E_P = \epsilon_r \cdot E_{int} = 7.962 \text{ V/m}$

b) $\sigma = |\vec{P}| = 57,8 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$ c) $C_i = 117,4 \text{ pF}$; $C_f = 88,5 \text{ pF}$

10. Um fio metálico de $2,5 \text{ m}$ de comprimento e de $0,20 \text{ mm}$ de diâmetro tem uma resistência de $1,4 \Omega$. Quanto vale a condutividade desse metal?

Solução: $\frac{1}{\rho} = \sigma = 5,68 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$

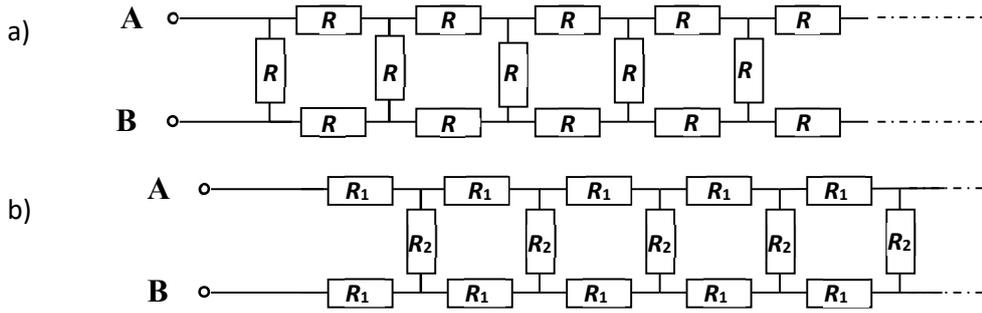
11. Na figura seguinte está representado um corpo em forma de cone truncado, alongado, feito de um material com resistividade ρ .



- a) Calcule a resistência entre as duas bases do corpo.
- b) Qual deverá ser o diâmetro de um cilindro do mesmo material e com o mesmo comprimento para que tenha a mesma resistência?

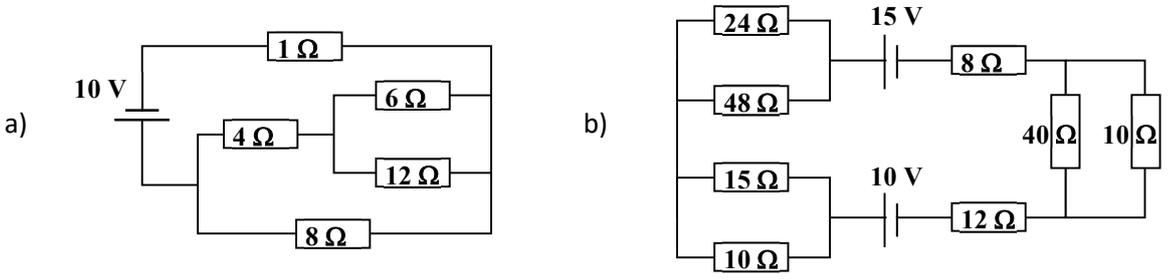
Solução: a) $R = \frac{4\rho}{\pi D_A D_B}$ (m) ; b) $D = \sqrt{D_A \cdot D_B}$ (m)

12. Calcule uma resistência equivalente entre os terminais A e B dos seguintes circuitos, que se prolongam indefinidamente para a direita:



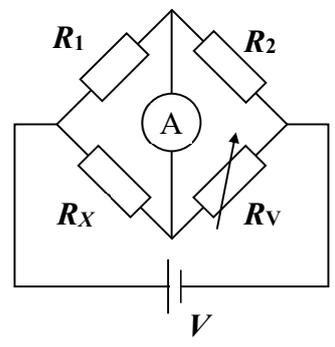
Solução: a) $R_{eq} = (\sqrt{3} - 1)R (\Omega)$ b) $R_{eq} = R_1 + \sqrt{R_1^2 + 2R_1R_2} (\Omega)$

13. Para cada um dos seguintes circuitos, determine a intensidade da corrente que passa em cada uma das baterias e em cada uma das resistências. Calcule também a potência dissipada nas várias resistências.

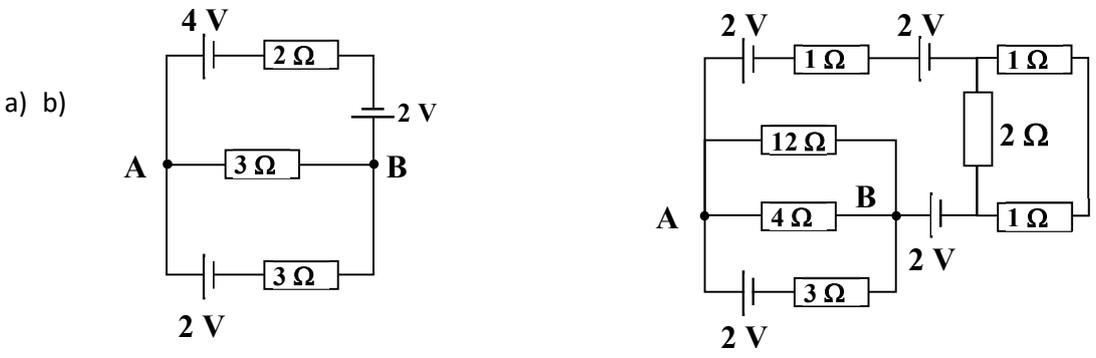


14. Determine a relação que existe entre as quatro resistências de uma ponte de Wheatstone quando esta se encontra equilibrada, ou seja, quando a corrente medida pelo galvanómetro é nula.

Solução: $R_x = \frac{R_1 R_2}{R_3} (\Omega)$



15. Calcule as intensidades das correntes nos vários ramos dos seguintes circuitos e indique os respectivos sentidos. Determine também a d.d.p. entre B e A.



Solução: a) $V_{AB} = 1,428 V$ b) $V_{AB} = 1,428 V$