

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2021/22

Teste 1

1. Considere uma linguagem de primeira ordem com um símbolo de predicado Q de três argumentos, os símbolos de função g, h de um argumento, o símbolo de função f de dois argumentos e o símbolo de constante a . Considere o conjunto de fórmulas

$$F = \{Q(f(g(w), h(x)), y, f(z, a)), \quad Q(f(y, h(x)), g(w), f(g(w), x)), \quad Q(f(z, h(a)), z, f(y, x))\}.$$

Verifique, através da aplicação do algoritmo da unificação, se F é unificável e, em caso afirmativo, determine um unificador mais geral.

2. Considere a linguagem de primeira ordem com três símbolos de predicado R, S, T de um argumento. Usando o princípio da resolução, mostre que

$$\exists x (R(x) \rightarrow T(x))$$

é consequência das fórmulas

$$(\forall x R(x)) \rightarrow (\exists y S(y)), \quad \neg \exists x (S(x) \wedge \neg T(x)).$$

3. Considere 17 pontos dentro de um triângulo equilátero com lados de comprimento 4. Mostre que existem dois pontos a uma distância inferior ou igual a 1.
4. Sejam $n \in \mathbb{N}$ e $A \subseteq \{1, \dots, 2n\}$ um conjunto com $n + 1$ elementos. Mostre que existe $x \in A$ com $x + 1 \in A$.
5. Seja $n \in \mathbb{N}$. Determine o número de sequências de comprimento n em $\{0, 1, \dots, 9\}$ que não contêm nenhum dos algarismos 0, 1, 2, mas que contêm todos os algarismos 3, 4, 5.