universidade de aveiro

departamento de física

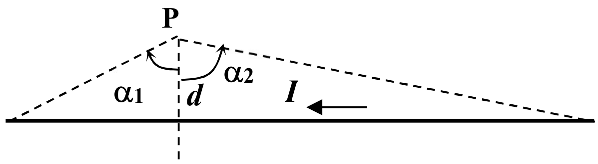
MECÂNICA E CAMPO ELETROMAGNÉTICO

ano letivo 2023/2024

Série 3

Campo Magnético

Lei de Biot e Savart

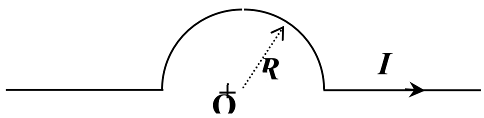


1. Considere um fio condutor retilíneo finito percorrido por uma corrente *I*:

a) Determine o campo magnético criado no ponto P, em função dos parâmetros indicados.
b) Considere o fio muito comprido e calcule agora o campo magnético criado no mesmo ponto.

Solução: a) $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi d}\left(\text{sen}\left|\alpha_1\right| + \text{sen}\left|\alpha_2\right|\right)$ (T); **b)** $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$ (T).

2. Um fio infinito tem um troço semicircular de raio *R*. Este fio é percorrido por uma corrente *I*. Determine o campo magnético no centro da curvatura do troço.



Solução: $B = \dfrac{\mu_0 I}{4R}$ (T)

3. Considere um anel circular de raio *r* percorrido por uma corrente *I*.

a) Determine o campo magnético no centro do anel.
b) Utilize o resultado da alínea anterior para calcular o campo magnético no centro de um disco isolador de raio *R*, carregado com densidade superficial de carga σ. O disco roda com velocidade angular ω.
c) Determine o campo magnético ao longo do eixo do anel de raio *R*, a uma distância *d* do seu centro. Obtenha uma aproximação para *d*>>*r*.

Solução: **a)** $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$ (T) **b)** $B = \dfrac{\mu_0}{2}\sigma.\omega.R$ (T) **c)** $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + d^2\right)^{3/2}}$ **;** $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2d^3}$ (T)

4. Considere uma espira quadrada de lado *a*, percorrida por uma corrente *I*.

a) Determine o campo magnético no centro da espira.
b) Determine o campo magnético ao longo do eixo da espira, a uma distância *d* do seu centro, numa aproximação válida para *d*>>*a*.
c) Compare os resultados das alíneas 3.c) e 4.b). Introduza nos resultados a grandeza *momento dipolar magnético*, p_m, que é (em módulo) igual ao produto (corrente × área da espira).

Solução: **a)** $B = \dfrac{4\mu_o I}{\sqrt{2}\,\pi a}$ (T) **b)** $B = \dfrac{\mu_o I a^2}{2\pi d^3}$ (T)

5. Um átomo de hidrogénio consiste num protão e num eletrão separados por uma distância de 0,5×10^{-10} m. Assumindo que o eletrão se move numa órbita circular em torno do protão com uma frequência de 10^{13} Hz, calcule o campo magnético, no sítio do núcleo, criado pelo movimento do eletrão.

Solução: $B = \dfrac{\mu_0\, e\, f}{2\,r} \approx 2.10^{-2}$ T

Força magnética:

6. Numa região do espaço coexistem um campo elétrico $\vec{E} = \left(3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} - 2\hat{k}\right).10^4$ V/m e um campo magnético desconhecido.
Uma partícula de carga *Q* =10^{-10} C sofre, num instante em que possui a velocidade de $\vec{v} = 10^3\,\hat{\imath}$ m/s, uma força $\vec{F} = \left(3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}\right)\cdot 10^{-6}$ N. Determine o vetor campo magnético e o ângulo entre este campo e a direção da aceleração da partícula.

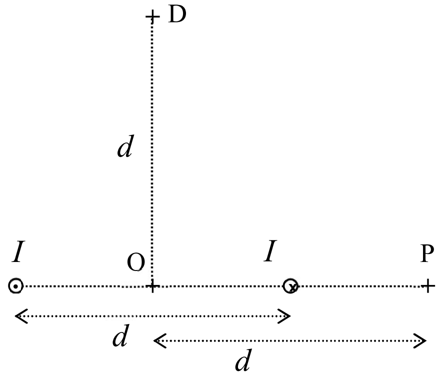
Solução: $\vec{B} = B_x\vec{i} + 20\vec{j} + 30\vec{k}$ (T); $\alpha = \arccos\left(\dfrac{3B_x + 40}{\sqrt{13 B_x^{\,2} + 16900}}\right)$ (rad)

7. Considere dois fios infinitos, paralelos, distanciados de *d*, e percorridos por correntes iguais mas de sentidos opostos.

a) Calcule o campo magnético no ponto P situado a uma distância *d*, do ponto médio entre os fios.

b) Calcule o campo magnético no ponto D sobre a reta perpendicular ao plano que contêm os fios e passa pelo ponto médio, situado a uma distância *d* do plano.

c) Calcule a força por unidade de comprimento que atua em cada fio.



Solução: a) $\vec{B} = \frac{-2}{3}\frac{\mu_0 I}{\pi d}\vec{j}$ (T); **b)** $\vec{B} = \frac{2}{5}\frac{\mu_0 I}{\pi d}\vec{j}$ (T);

c) $\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\vec{i}$ (N)

8 . Dois fios condutores retilíneos, paralelos e infinitos, distanciado de *d*, estão percorridos pelas correntes *I* e *I'*. Entre eles e no mesmo plano, coloca-se um terceiro fio condutor de comprimento *L*, percorrido por *I''* e podendo deslocar-se lateralmente.

a) Como devem ser os sentidos das correntes para existir uma posição de equilíbrio do 3º condutor entre os dois primeiros?

b) Qual é a posição de equilíbrio do 3º condutor? Será que o comprimento desse tem uma influência? Discuta a estabilidade do equilíbrio.

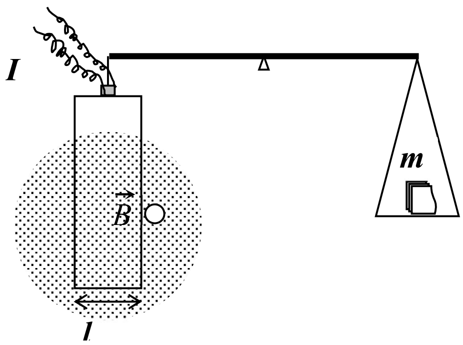
Solução: **a)** *I* e *I'* de mesmo sentido **b)** $x = \frac{I}{|I - I'|}d$ (m)

9. Considere a balança indicada na figura, onde um dos pratos está substituído por um quadro condutor por onde passa uma corrente *I* no sentido horário. A balança está em equilíbrio quando se coloca no prato uma massa *m*.

a) Suponha que se cria um campo magnético uniforme perpendicular ao plano do papel. A balança fica em equilíbrio se se adicionar ao outro prato uma massa m_1. Determine o sentido e o módulo do campo aplicado.

b) Se tirar as massas *m* e m_1, determine o sentido e o módulo do campo magnético capaz de manter a balança em equilíbrio.

Solução: **a)** $B = \frac{m_1 g}{I l}$ (T) **b)** $B = \frac{mg}{I l}$ (T)



10. Uma pequena esfera de massa m e carga q pode-se mover livremente no plano *xy* encontrando-se inicialmente ($t < 0$) em $(x,y) = (0,0)$. Existe no espaço um campo magnético uniforme $\vec{B} = B_Z\,\hat{k}$. No instante $t = 0$ estabelece-se no espaço um campo elétrico uniforme $\vec{E} = E_x\,\hat{i}$.

a) Determine a velocidade da esfera como função do tempo.

b) Escreva um conjunto de equações paramétricas (parâmetro *t* – tempo), que traduzam a posição da esfera no plano *xy* em função do tempo.

Solução: **a)** $\vec{v}(t) = \frac{E_x}{B_Z}\left[\hat{i}.\mathrm{sen}(\omega t) + \hat{j}(\cos(\omega t) - 1)\right]$ (m/s) com $\omega = \frac{q.B_z}{m}$ (rad/s)

b) $x(t) = \frac{E_x}{wB_z}(1 - \cos(\omega t))$ (m) ; $y(t) = \frac{E_x}{B_z}\frac{1}{\omega}\mathrm{sen}(\omega t)$ (m)

Lei de Ampère

11. Usando a Lei de Ampére calcule o campo $\vec{B}$, criado por um fio infinito percorrido por uma corrente *I*. Calcule a circulação de $\vec{B}$ ao longo de uma circunferência de raio *d* centrada no ponto médio entre dois fios paralelos, distanciados de *d*, e percorridos por correntes iguais mas de sentidos opostos.

Solução: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\phi}$ (T) ; $\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$

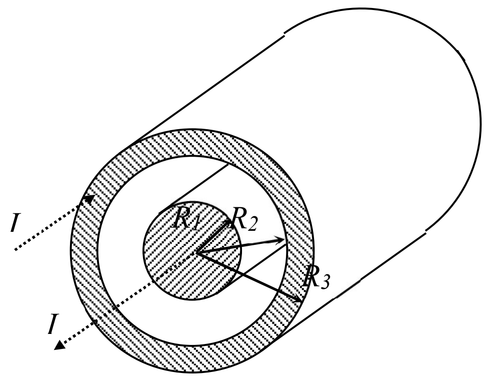
12. Um solenoide é constituído por um fio enrolado uniformemente sobre um corpo de superfície cilíndrica. Considere um solenoide de raio *R*, comprimento *L* ($L >> R$) e *N* voltas por metro. Calcule o campo magnético num ponto do eixo do solenoide, no interior deste.

Solução: $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$ (T)

13. Um cabo coaxial é formado por um cilindro condutor sólido de raio R_1, envolvido por um cilindro condutor oco concêntrico com raio interno R_2 externo R_3.
Na prática a corrente *I* é enviada pelo fio interno e retorna pela parte externa.

a) Usando a lei de Ampère determine o campo magnético para todos os pontos, dentro e fora do condutor. Faça o gráfico de *B* em função de *r*. Suponha que a densidade de corrente é uniforme.

b) Suponha que o condutor interior está ligeiramente descentrado. Determine o campo magnético no plano perpendicular aos condutores, ao longo da reta que passa pelos eixos de ambos.



Solução: $r < R_1 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{r}{R_1^2}$ (T) ;

$R_1 < r < R_2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}$ (T)

$R_2 < r < R_3 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}\left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$ (T) ; $r > R_3 \Rightarrow B = 0$ (T)