

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2022/23

Folha Semana 2 (20 de Fevereiro de 2023 – 24 de Fevereiro de 2023)

Considere a linguagem com um símbolo de constante a , um símbolo de predicado R de dois argumentos, um símbolo de função f de dois argumentos e um símbolo de função s de um argumento. Considere a fórmula ψ dada por

$$\exists z (f(s(s(a)), z) = x \wedge R(s(a), z)).$$

1. Indique as variáveis livres de ψ . A fórmula ψ é fechada?

Considere a seguinte estrutura \mathcal{M} :

- $D = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.
- O símbolo de constante a interpreta-se por $0 \in \mathbb{N}$.
- O símbolo de predicado R interpreta-se pela relação «<» («menor») em \mathbb{N} .
- O símbolo de função f interpreta-se pela função «multiplicação de números naturais»

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}, \quad (n, m) \longmapsto n \cdot m.$$

- O símbolo de função s interpreta-se pela função

$$\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}, \quad n \longmapsto n + 1.$$

Considere ainda a valoração V com $V(x) = 6$ e $V(z) = 1$.

- A) $(\mathcal{M}, V) \models \psi$? Isto é, a fórmula ψ é válida nesta interpretação?
- B) A fórmula $\exists x \psi$ é válida nesta interpretação?
- C) A fórmula $\forall x \psi$ é válida nesta interpretação?